PROJET DE GDR 2006-2009

SINGULARITÉS ET APPLICATIONS

Responsable du projet :

Michel Granger, Professeur des universités
LAREMA, UMR 6093 CNRS/Université d'Angers, granger@univ-angers.fr

Comité scientifique :

Jean-Paul Brasselet, Directeur de recherche CNRS
IML, UMR 6206 CNRS/Université d'Aix-Marseille II, jpb@iml.univ-mrs.fr

Alexandru Dimca, Professeur des universités
Laboratoire J.A. Dieudonné, UMR 5467 CNRS/Universite de Nice, dimca@math.unice.fr

Francois Loeser, Professeur des universités
DMA, UMR 8553 CNRS/Ecole Normale Supérieure, loeser@ens.fr

Claude Sabbah, Directeur de recherche CNRS
CMLS, UMR 7640 CNRS/Ecole polytechnique, sabbah@math.polytechnique.fr

Bernard Teissier, Directeur de recherche CNRS
IMJ, UMR 7586 CNRS/ Universités de ParisVI et Paris VII, teissier@math.jussieu.fr

L'objectif de ce GDR est de favoriser les contacts entre les différentes équipes qui travaillent sur les singularités des variétés algébriques ou des espaces analytiques réels ou complexes et des applications entre ces espaces. Ce projet englobe à la fois des aspects algébriques, topologiques et géométriques, ainsi que les aspects plus analytiques liés notamment aux systèmes différentiels issus d'objets géométriques.

La théorie des singularités a une longue histoire qu'on peut faire remonter au XIXème siècle (Puiseux, Noether et Halphen) et au début du XXème siècle (Picard, Enriques, Zariski, Lefschetz). Depuis les années 1950, elle est reconnue comme une branche des mathématiques à part entière à la suite des travaux fondamentaux de Zariski, Whitney et Thom puis de Arnold, Hironaka, Milnor, Pham.

Dans les trente années suivantes, la Théorie des singularités s'est enrichie de techniques nouvelles et puissantes comme notamment les D-Modules, la cohomologie d'intersection, la théorie de Hodge et, plus récemment, l'intégration motivique. La France a joué dès le début un rôle important dans ce sujet, comme le montrent l'historique qui vient d'être rappelé et les nombreux travaux plus récents dont l'un des points de départ a été le Congrès dédié aux singularités à Cargèse en 1972.

Plus d'une vingtaine de thèses dans ces domaines ont eu lieu en France durant ces dernières cinq années. L'un des objectifs principaux du GDR sera de contribuer à l'intégration dans la communauté scientifique des jeunes mathématiciens, doctorants, post doctorants et chercheurs ou maîtres de conférences récemment recrutés, en leur transmettant les techniques les plus importantes et une vision globale du sujet et de ses applications, par des conférences annuelles, et l'animation d'un réseau au niveau national.

Les activités du GDR prendront en compte l'existence de contacts au niveau européen et international, qui se sont déjà concrétisés de façon institutionnelle dans les années récentes (Allemagne, Brésil, Espagne, Japon). Les directions de recherche principales dans ce GDR sont décrites dans le résumé qui suit. S'agissant de sujets particulièrement ouverts sur des domaines voisins, leur contour n'est pas clos.

Le projet est centré sur les thèmes suivants : Résolution locale et uniformisation, singularités réelles et complexes des espaces et des applications, stratifications, applications des D-modules et de la théorie de Hodge aux singularités, b-fonctions et cycles évanescents, arcs analytiques et intégration motivique, classes spéciales de variétés (toriques, arrangements d'hyperplans etc).

Résolution des singularités et Aspects algébriques

Désingularisation, théorie des valuations et uniformisation locale. La désingularisation est un sujet central dans le domaine des singularités depuis Zariski, Abhyankar et Hironaka. Le problème préliminaire de l'uniformisation locale fait l'objet de recherches actives en France (voir aussi le thème des valuations). Les progrès récents en caractéristique 0, ont suscité des recherches, en vue de rendre efficaces d'un point de vue effectif les algorithmes de Villamayor-Encinas-Hauser et Bierstone-Milman. Les grands problèmes ouverts concernant les singularités des variétés algébriques sont l'uniformisation locale et la désingularisation en caractéristique positive, et la monomialisation des morphismes en toute caractéristique.

Désingularisation en caractéristique positive. Le problème de la désingularisation en caractéristique $p > 0$ est ouvert à partir de la dimension 3 dans le cas d'un corps de base non algébriquement clos et pour $p = 2, 3, 5$ ou en dimension ≥ 4 si le corps est algébriquement clos. O. Piltant a réouvert le cas de la dimension 2 en revisitant dans [79] la méthode de Jung. Dans [36], V. Cossart et O. Piltant, en collaboration avec A. Reguera donnent dans le cas des singularités rationnelles de surfaces, en utilisant les gradués associés à des valuations divisorielles, de nombreuses informations sur le diviseur exceptionnel dans une désingularisation minimale. Enfin Cossart et Piltant annoncent un travail en voie d'achèvement en dimension 3 sur les corps parfaits.

Monomialisation des morphismes. Il s'agit d'obtenir par des tranformations à la source et au but des morphismes localement monomiaux. O. Piltant et S.D. Cutkosky étudient ce problème depuis plusieurs années voir [37] et ont obtenu une théorie générale en caractéristique 0 sur les liens entre la ramification d'une valuation dans une extension de corps de fonctions et la monomialisation du morphisme sous-jacent. Le cas de la caractéristique $p > 0$ reste largement ouvert. Dans une direction un peu différente, A. Parusiński, a défini dans [75], en appliquant le théorème de factorisation faible de Abramovich, Karu, Matsuki et Włodarczyk de nouveaux invariants des variétés singulières, les nombres de Betti virtuels.

Théorie des valuations et uniformisation locale. La théorie des valuations et leurs applications est au centre des activités de M. Spivakovsky, B. Teissier et leur étudiants. Leur objectif est d'obtenir l'uniformisation locale en toute dimension.

B. Teissier envisage la théorie des valuations, dans une optique du type voute étoilée, ou variété de Riemann-Zariski et son programme exposé dans [91] consiste à chercher l'uniformisation locale par déformation au gradué associé à une valuation et déformation d'une résolution partielle du spectre de ce gradué. L'intérêt de cette approche réside dans le fait qu'elle est aveugle à la caractéristique, ce qui permet d'espérer, aussi bien attaquer le cas non résolu de l'uniformisation en caractéristique $p > 0$, que faire un premier pas vers la résolution en caractéristique positive.

On voit ici des liens avec la géométrie torique et avec la théorie des déformations puisque certains anneaux valués apparaissent comme déformations de variétés toriques de dimension de plongement infinie, où la toricité se substitue comme outil à la noethérianité.

L'approche de M. Spivakovsky, liée à l'approche de B.Teissier décrite ci-dessus, consiste à définir une version locale et valuative de l'espace des arcs de Nash.

M. Spivakovsky en collaboration avec M. Vaquié, B. Teissier, et Herrera et Ollala de Séville a entamé un travail sur les extensions de valuations d'un corps à une extension algébrique ou à un complété.

Récemment C. Favre, venu des systèmes dynamiques, utilise la théorie des valuations dans l'étude des itérés d'applications $\mathbf{C}^2 \to \mathbf{C}^2$: avec M. onsson, il fait l'étude géométrique de l'ensemble de toutes les valuations centrées en un point d'une variété algébrique. Cet espace est un arbre en dimension 2 (d'où le nom the valuative tree), et cette structure permet d'analyser de nombreux types de "singularités souples" : fonctions plurisousharmoniques et systèmes dynamiques. Voir [49], [50], [51].

Espaces d'arcs et problème de Nash. L'interaction entre l'étude des espaces d'arcs et la désingularisation, est étroitement lié au développement de la théorie de l'intégration motivique (voir plus loin). Le problème de Nash concerne l'identification des composantes essentielles dans la désingularisation, qui correspondent à des composantes irréductibles de l'espace des arcs. Un contre-exemple en dimension 4 a été trouvé par Ishii et Kollar, et les recherches se sont concentrées sur le cas des surfaces. M. Lejeune-Jalabert et Ana Reguera ont notamment montré en 1998 que la réponse est positive pour les singularités sandwich. Camille Plénat (étudiante de Spivakovsky) a montré dans [80] qu'il en est de même pour les singularités D_n, et a récemment élargi ce résultat dans [81] avec P. Popescu-Pampu à une classe de singularités non rationnelles.

A noter l'interprétation du problème de Nash en termes de relèvement des coins, c'est à dire des familles d'arcs, à toute résolution plongée, récemment fourni par A. Reguera en réponse à une conjecture de M. Lejeune-Jalabert.

Singularités superisolées, singularités quasi-ordinaires. Une singularité quasi ordinaire est une singularité munie d'une application finie vers le germe lisse $(\mathbb{C}^d, 0)$ dont le discriminant est contenu dans un croisement normal. Ces singularités se comportent un peu comme les courbes planes et possèdent un semi groupe à valeurs dans $\mathbb{N}^d$. Dans [55] et [54], P. González Pérez utilise les monômes caractéristiques pour déterminer une résolution plongée de la singularité. Il utilise un travail antérieur avec B. Teissier, voir [56] sur les résolutions toriques de variétés non normales.

Dans [82], P. Popescu-Pampu a montré en plus que le semi groupe d'une telle singularité est un invariant analytique.

Guillaume Rond, étudiant de M. Spivakovsky, termine une thèse où il calcule les séries de Poincaré motiviques des singularités quasi ordinaires, voir [83]. On peut se reporter à la section singularités et intégration motivique pour trouver d'autres exemples d'études d'un point de vue motivique des singularités quasi ordinaires ou des singularités dites superisolées.

Applications polynomiales, courbes planes. Dans un travail en cours P. Cassou-Noguès en collaboration avec I. Luengo, étudie le problème de l'existence de courbes de degré D donné ayant une singularité A_k prescrite, avec k le plus grand possible. Ce type de problème est étudié activement par Gusein-Zadé, Nekhoroshev, Némethi.

Les singularités à l'infini, les places à l'infini sont l'objet de nombreux travaux en France. Les propriétés de la courbe jacobienne $J(f, g)$ d'une application polynomiale $\mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$, en particulier son comportement par rapport à une résolution des indéterminations de (f, g) à l'infini sont étudiés par S. Abhyankar et A. Assi dans [1] et [2], et aussi avec des méthodes plus topologiques par Pierrette Cassou-Noguès, Enrique Artal, et Hélène Maugendre dans [3]. Ce sujet est présent, notamment via les courbes jacobiennes dans les méthodes topologiques (voir cette section), et analytiques (connexion de Gauss-Manin), et est un des aspects de la géométrie affine.

Singularités et intégration motivique

L'origine et les motivations du sujet renvoient notamment à Nash, Kontsevitch et les travaux de F. Loeser et J. Denef, sur les espaces d'arcs, l'intégration motivique et la rationalité des séries de Poincaré ont donné un impulsion à ce sujet.

Une recherche active est menée en France dans diverses directions et par des mathématiciens venus d'horizons différents ce qui souligne le caractère transverse de ce sujet. En particulier, ce thème est lié au problème de Nash sur le rapport entre les composantes de l'espace des arcs et les composantes essentielles d'une désingularisation, donc avec l'aspect résolution des singularités. Voir plus haut.

Résultats globaux. Le théorème d'Ax-Kochen-Ersov montre que la conjecture d'Artin sur les corps p-adiques Q_p est asymptotiquement vraie. R. Cluckers et F. Loeser proposent dans [33] une version générale motivique de ce théorème, basé sur la décomposition cellulaire de Denef-Pas. Pour la démonstration, ils développent un formalisme des fonctions constructibles dans le cadre de l'intégration motivique.

J. Sebag étudie l'intégration motivique sur les schémas formels, et a donné une preuve géométrique du théorème de Kolchin sur l'irréductibilité de l'espace des arcs d'un espace irréductible, ainsi que de la rationalité de séries de Poincaré et des fonctions Zêta d'Igusa motiviques, cf [88].

Analogues motiviques d'invariants topologiques. Le travail de Guibert, Loeser et Merle fait un pont avec les notions de spectre, cycles évanescents, et aussi monodromie, fibre de Milnor motivique. Dans l'article [62], le plus récent, ils calculent la fibre de Milnor motivique d'une fonction composée $P(f_1, ..., f_p)$, où P est un polynôme non dégénéré par rapport à son polyèdre de Newton et les f_i sont des fonctions régulières définies sur un produit de variétés algébriques lisses. Dans un article un peu plus ancien [61] ils démontrent la version pour la fibre de Milnor motivique de la conjecture de Steenbrink sur le spectre de la monodromie, démontrée originalement par M. Saito. La version originale résulte de la version motivique.

M. Hickel a deux articles sur la fonction d'Artin-Greenberg où notamment le cas des courbes est résolu entièrement voir [65].

Des classes caractéristiques motiviques sont apparues récemment dans un travail en cours de J.-P. Brasselet avec Schuermann et Yokura.Voir [22] et la sous-section classes caractéristiques ci-dessous.

Fonctions Zêta Motivique. P. Cassou-Noguès travaille en collaboration avec l'équipe de Madrid sur la conjecture de la monodromie qui concerne le lien entre les pôles de la fonction Zêta topologique et les valeurs propres de la monodromie. Dans [4], ils montrent cette conjecture pour les surfaces à singularités superisolées et pour les polynômes homogènes en trois variables, et dans [5] pour les singularités quasi ordinaires et la fonction Zêta motivique en toute dimension.

G. Fichou et A. Parusiński en collaboration avec Satoshi Koike ont utilisé la fonction Zêta motivique pour construire plusieurs invariants de l'équivalence blow-analytique (notion due à T.C. Kuo) des singularités analytiques réelles et ils ont obtenu des résultats partiels dans la direction de la classification selon cette équivalence (voir [52] et [70]). Ce travail est poursuivi par le groupe de A. Parusiński et ses élèves (G. Fichou et Y. Abderrahmane)

Il y a une frontière non étanche avec le réseau européen de géométrie algébrique réelle (RAAG) qui comprend Parusiński, Fichou et aussi K. Kurdyka, D.Trotman et leurs équipes.

Aspects topologiques et géométriques

Comprendre la nature et la complexité des espaces singuliers et des applications singulières est un challenge qui a donné lieu, ces dernières décennies, à la découverte de nouveaux outils et ingrédients : stratifications, homologie d'intersection, faisceaux pervers, etc... Ceux-ci ont permis des progrès et avancées notables dans les grands problèmes en cours :

- théorème d'indice (Atiyah-Singer) pour les variétés singulières,
- démonstration géométrique d'un théorème de Lefschetz vache (ou difficile) pour les éventails non nécessairement rationnels.

Stratifications. La notion de stratification, que ce soit dans le cadre réel ou complexe, est omniprésente dans tous les thèmes liés aux singularités. Les conditions de Whitney et de Thom ont joué un rôle primordial dans l'étude topologique des variétés (classes caractéristiques, homologie d'intersection) et des applications polynomiales (multiplicités polaires, nombres de Milnor).

L'existence de stratifications Lipschitzienne dans les cadres sous-analytique ou semi-algébrique est un problème d'actualité sur lequel travaillent plusieurs équipes en France (A. Parusinski, D. Trotman et son étudiant G. Valette).

Classes caractéristiques. Les classes caractéristiques, outre leur intérêt propre, comme mesure d'obstruction, ou comme invariants polaires, sont l'un des ingrédients pour établir un théorème d'indice.

En fait, plusieurs auteurs ont proposé des notions de classes caractéristiques pour les variétés singulières : M.H. Schwartz, MacPherson, Fulton, Mather, Wu. Etablir les relations entre ces différentes notions de classes caractéristiques est l'un des problèmes actuels dans la théorie :

Pour ce faire, l'un des points de vue est celui de l'obstruction, conduisant à la notion de classes de Milnor et généralisant ainsi la notion, classique, de nombre de Milnor (travaux de J.-P. Brasselet, D. Lehmann, Seade, Suwa, Yokura).

Dans [77] A. Parusiński et P. Pragacz, donnent un calcul global de ces classes caractéristiques en utilisant le cycle caractéristique du faisceaux des cycles évanescents. Joerg Schuerman a généralisé cela à un espace singulier quelconque. Par l'utilisation du théorème de l'indice de Dubson-Kashiwara, ces travaux font implicitement le lien avec les aspects transcendants, développés dans la section suivante.

Etroitement lié à ce point de vue, est celui de comprendre les relations entre les différentes notions d'indices de champs de vecteurs sur des variétés singulières. Après la définition de M.H. Schwartz et celle de GSV-indice (Gómez-Mont, Seade, Verjovski), une théorie générale reste à définir. Les travaux de Brasselet et Lê, avec Seade et Suwa, voir [23] et de D. Trotman, avec King, voir [69] visent à élaborer une telle théorie.

Un autre point de vue est celui des variétés polaires, à partir des travaux de Lê, Teissier, Piene. Une conjecture, partiellement montrée par Brasselet et Aluffi, dans [20] est que toutes les notions de classes caractéristiques de variétés singulières s'expriment en termes de variétés polaires. Le cas général reste à démontrer. Il permettra une interprétation géométrique très utile des classes caractéristiques.

Enfin, une troisième et nouvelle approche consiste à définir des classes caractéristiques motiviques (cf ce thème), “à la manière de” Hirzebruch, permettant ainsi d'unifier les théories de classes de Schwartz-MacPherson, de classes de Todd et du L-genre, dans le cas singulier. Ce point de vue est développé par J.-P.Brasselet, avec Schuermann (ex-post-doc à l'IML) et Yokura, voir [22].

La notion de caractère de Chern est tout aussi utile pour l'écriture d'un théorème de l'indice (cf travaux de Connes). Plusieurs définitions ont été proposées dans le cas singulier, il s'agit de les comprendre et de les comparer.

Homologie d'intersection. La découverte de l'homologie d'intersection a créé un bouleversement dans l'étude topologique des variétés singulières. C'est en effet la bonne notion permettant de montrer la plupart des résultats classiques (dualité, isomorphismes...) dans le cas des variétés singulières. Deux exemples de recherches actuelles permettent d'en mesurer l'importance :

Singularités et Géométrie non commutative. Brasselet, Legrand et Teleman ont défini dans [21] des algèbres de fonctions sur les variétés singulières, leur particularité en est que leur homologie cyclique est liée à l'homologie d'intersection de la variété. On généralise ainsi, dans le cas singulier, un résultat classique dû à Connes. L'espoir est de développer la théorie de Connes dans ce cadre singulier.

Géométrie torique. La topologie des variétés toriques est maintenant bien connue, en relation avec la géométrie combinatoire, et ceci y compris dans le cas singulier. Le challenge est de démontrer un théorème de Lefschetz difficile pour les faisceaux pervers associés à des éventails non nécessairement rationnels. Plusieurs auteurs ont proposé des approches de démonstration. Une démonstration géométrique reste à trouver (travaux en cours de Brasselet avec Barthel, Fieseler et Kaup voir [16]).

Topologie des singularités et des variétés algébriques

L'étude de la topologie du complémentaire $M = X \setminus D$ d'une hypersurface D dans une variété projective complexe X est un des thèmes les plus classiques en géométrie algébrique, voir les travaux de Zariski, Deligne et Fulton sur le groupe fondamental $\pi_1(M)$ lorsque X est le plan projectif P^2 ou la caractérisation du plan affine donnée par Ramanujam.

A partir des résultats de Milnor, on s'est rendu compte qu'on peut faire une étude locale similaire, en remplaçant X par une singularité $(Z, 0)$, qui généralise le cône sur X, et le diviseur D par le germe d'une fonction $f : (Z, 0) \to (C, 0)$.

Les nouveaux outils qui entrent en jeu sont la fibre de Milnor F et sa monodromie T, qui sont les versions topologiques concrètes des cycles évanescents de Deligne.

Topologie des singularités. La topologie des germes de singularités d'hypersurfaces ou d'intersections complètes a toujours fait l'objet de recherche actives en France. Un préoccupation constante et toujours d'actualité est la description de la topologie de la fibre de Milnor F (souvent comme un bouquet de sphères ou d'espaces assez simples) et de la monodromie (la méthode du carrousel), voir les travaux de Lê Duñg Tráng et M. Tibar.

Citons aussi deux développements récents :

- l'étude la fibration de Milnor dans le domaine réel, voir les travaux de A. Pichon [78].

- l'étude de la structure de contact totalement non intégrable qui existe sur le bord de la fibre de Milnor. La découverte de ce phénomène remonte à un article de Varchenko. Dans [27] et [28], C. Caubel et P. Popescu en collaboration avec A. Némethi pour le second article [27] étudient ce lien des singularités avec la géométrie de contact pour les singularités isolées et établissent notamment l'invariance topologique à isomorphisme près pour les surfaces. L'étude analogue pour le bord à l'infini associé à une fonction polynomiale est entreprise par C. Caubel et M. Tibăr dans [26].

Topologie des complémentaires d'hypersurfaces, arrangements d'hyperplans. Des versions très fortes des théorèmes de Lefschetz et de Zariski ont été obtenues d'une part par M. Tibăr [92], pour des pinceaux d'hypersurfaces très généraux, et d'autre part par D. Chéniot et C. Eyral, pour des sections hyperplans de complémentaires d'hypersurfaces, dans [32].

Des progrès récents obtenus par A. Dimca et S. Papadima, par exemple dans [41] ou [42] sur la topologie du complémentaire M d'un arrangement d'hyperplans complexes, ont permis d'aborder avec succès le problème du calcul des groupes d'homotopie supérieurs $\pi_j(M)$ de M. Comme dans le cas de sphères, traité par J.-P. Serre on ne peut pas avoir de résultats complets en général. Les invariants d'Alexander contiennent des informations utiles dans de telles situations. La relation entre ces invariants et la cohomologie de systèmes locaux sur M (ou, plus généralement, des faisceaux pervers) permet d'avoir beaucoup de résultats partiels, comme dans l'article [34] de A. Dimca en collaboration avec D. Cohen, et P. Orlik.

A noter également le travail de F.Elzein, [47] en collaboration avec A. Nemethi sur la construction de cycles qui réalisent l'homologie du complémentaire d'un croisement normal, de façon compatible aux structures de Hodge mixtes.

Topologie des applications régulières ou rationnelles. La topologie des applications polynomiales fait l'objet de travaux nombreux depuis une à deux décennies en France et le sujet est toujours très actif. De grands problèmes sont toujours ouverts comme :

- la conjecture jacobienne,

- les structures exotiques sur les espaces affines et l'existence de plongements exotiques,

et continuent à être une source d'inspiration.

Parmis les résultats importants obtenus, remarquons ceux de F. Michel et C. Weber, ainsi que ceux de Pi. Cassou-Noguès et A. Dimca (et de leurs anciens étudiants G. Bailly-Maitre, A.Bodin, Th. Brélivet, C.Reydi) sur la topologie des polynômes en 2 variables.

Dans [92], Mihai Tibăr considère des pinceaux de Lefschetz affines non génériques. Il applique notamment cette étude aux applications rationnelles et à la topologie des fonctions, voir [90]. A noter également en collaboration avec Dirk Siersma dans [89], son étude topologique des déformations des polynômes complexes.

A. Dimca a considéré la relation entre la repésentation de monodromie, l'opérateur de monodromie à l'infini et les invariants d'Alexander.

E. Artal, H. Maugendre et Pi. Cassou- Noguès ont étudié les quotients polaires à l'infini pour les polynômes en 2 variables.

Un pont avec les aspects analytiques du sujet, connexion de Gauss-Manin pour les applications polynomiales est représenté par les travaux de C. Sabbah et de A. Dimca (voir plus loin).

Aspects transcendants

La recherche d'invariants de nature transcendante, en provenance notamment de la théorie de Hodge, permettant de distinguer les singularités d'espaces analytiques ou d'analyser leurs déformations, est l'ambition des méthodes transcendantes développées en théorie des singularités.

Un des outils essentiels dans cette analyse est la théorie des *cycles évanescents* de Deligne, ainsi que son analogue pour les $\mathcal{D}$-modules, introduit par Malgrange et Kashiwara, à l'aide de la notion de *polynôme de Bernstein-Sato.*

Méthodes différentielles holomorphes.

Polynômes de Bernstein associés à une fonction holomorphe. Ph. Maisonobe et T. Torrelli ont donné [74] une preuve algébrique de la constance de la monodromie dans une famille de fonctions à nombre de Milnor constant, démontrant ainsi la puissance de l'outil des V-filtrations.

D'autre part, les aspects effectifs du calcul des polynômes de Bernstein restent une question d'actualité, voir par exemple les travaux de R. Bahloul [9]. Des résultats concernant la relation fonctionnelle de Bernstein ont été obtenus par T. Torrelli pour les fonctions sur des espaces analytiques singuliers [93].

Polynômes de Bernstein-Sato associés à plusieurs fonctions, V-filtrations. Il s'agit de développer les méthodes de l'analyse algébrique pour mettre en évidence une théorie des cycles évanescents attachés à un morphisme entre variétés analytiques complexes, et faire ainsi le lien avec la théorie topologique des morphismes stratifiés. On assiste dans ce cadre à un regain d'intérêt pour les modules d'Alexander (travaux de Ph. Maisonobe et A. Dimca), en relation avec d'une part la théorie des idéaux de quasi-adjonction développée par A. Libgober (Chicago) et les analogues motiviques (G. Guibert, F. Loeser et M. Merle).

Dans cette direction, il faut noter les résultats de R. Bahloul (Dir. : Granger) qui donne une démonstration complète de l'existence de polynômes de Berntein pour plusieurs fonctions [10].

Lien avec la théorie des idéaux multiplicateurs. Il faut aussi noter le lien, découvert récemment, entre les idéaux multiplicateurs d'un idéal, définis par Nadel, et la filtration par l'ordre des racines du polynôme de Bernstein, appelée V-filtration de Magrange et Kashiwara (résultats de Kollár, Demailly, Lazarsfeld, Budur, Mustaţa, Saito), que A. Dimca cherche à étendre aux familles d'idéaux, en s'appuyant sur la V-filtration attachée à plusieurs fonctions. Ces notions sont à l'intersection entre la théorie des singularités et les méthodes L^2 en géométrie algébrique.

Comparaison logarithmique. La possibilité de calculer la cohomologie du complémentaire d'un diviseur sur une variété algébrique par la cohomologie des formes à pôles logarithmiques le long de ce diviseur fait l'objet de résultats récents de M. Granger et M. Schulze [60], s'appuyant sur des résultats de T. Torrelli [94]. Cette question, résolue positivement par Deligne dans le cas des diviseurs à croisements normaux, a été reprise dans un cadre plus général par Castro, Mond et Narváez il y a quelques années, en relation avec la notion de diviseur libre.

Applications de la théorie de Hodge. Suivant une démarche différente, reliée à la théorie de Hodge, A. Dimca et M. Saito [43] généralisent un théorème de Griffiths et comparent de manière précise filtration de Hodge et filtration par l'ordre du pôle sur la cohomologie du complémentaire d'une hypersurface (singulière) de l'espace projectif.

Applications aux variétés de Frobenius. La construction de structures de Frobenius-Saito sur les espaces de paramètres de déploiements universels de singularités isolées d'hypersurfaces complexes (K. Saito, M. Saito, et aussi C. Hertling et Yu. Manin), a été généralisée à un cadre affine par A. Douai et C. Sabbah [44, 45]. Des améliorations ont été obtenues récemment par A. Douai. De manière conjecturale, ces structures doivent aussi apparaître *via* la cohomologie quantique (orbifold) de certaines variétés toriques, donnant lieu à une symétrie miroir. Le cas des espaces projectifs à poids fait l'objet de la thèse de É. Mann (Dir. : Sabbah).

Irrégularité et géométrie. La thèse de C. Roucairol (Dir. : Granger) a abordé l'analyse d'équations différentielles à singularités irrégulières produites par la géométrie algébrique. Après avoir relié l'invariant fondamental d'irrégularité (indice d'irrégularité de Malgrange-Komatsu) à la géométrie qui lui a donné naissance [84], C. Roucairol s'efforce de calculer d'autres invariants de la même manière (décomposition formelle de l'équation, structures de Stokes).

Méthodes hermitiennes et L^2. La théorie de Hodge développée par M. Saito pour les espaces singuliers (théorie des $\mathcal{D}$-modules de Hodge purs et mixtes) donne un outil puissant pour analyser les singularités par des méthodes transcendantes. Néanmoins, certains aspects de cette théorie sont peu explicites, notamment les aspects concernant les polarisations. Un effort d'explicitation est donné dans le preprint [12]

Singularités non isolées et (a, b)-modules. D. Barlet s'efforce de développer des méthodes pour analyser le comportement des formes hermitiennes donnant naissance aux polarisations dans divers contextes (singularités non isolées d'hypersurfaces complexes, fonctions holomorphes sur les espaces singuliers). Les propriétés des réseaux de Brieskorn pour des singularités non isolées ont donné lieu à de nombreux travaux récents de D. Barlet, notamment en collaboration avec M. Saito (Kyoto) [15], voir aussi [11].

Développements asymptotiques pour les intégrales de fonctions sur les espaces anlytiques réels. En collaboration avec H.-M. Maire, D. Barlet a aussi étudié le cas d'une fonction à singularité isolée dans un espace ambiant à singularité isolée. Il précise dans [13] le lien entre monodromie et développements asymptotiques. Le cas réel dans la situation analogue y a été abordé et a été complété et généralisé dans [14] . Le cas d'un espace complexe à lieu singulier de dimension 1 est en cours d'étude.

Faisceaux pervers semi-simples. C. Sabbah a développé une généralisation de la théorie des $\mathcal{D}$-modules de Hodge purs [86], mettant en évidence la forme hermitienne de polarisation, afin de donner une démonstration analytique d'une conjecture de Kashiwara (démontrée de manière arithmétique par Drinfel'd) sur les faisceaux pervers semi-simples. Une démonstration analytique de cette conjecture existe maintenant grâce aux travaux de Mochizuki (Kyoto). Bien que les résultats de C. Sabbah soient de nature globale (variétés algébriques, métriques harmoniques), les méthodes ont aussi des applications locales aux développements asymptotiques.

La conjecture de Kashiwara porte aussi sur les $\mathcal{D}$-modules holonomes (éventuellement irréguliers). C. Sabbah a obtenu [85] des résultats dans ce sens sur des exemples fabriqués par transformation de Fourier à partir de $\mathcal{D}$-modules holonomes réguliers d'une variable.

Autres aspects des singularités.

Dans la section qui suit nous développons particulièrement l'aspects singularités de champs de vecteurs.

Singularités et champs de vecteurs. Singularités et aspects géométriques des systèmes dynamiques.

Systèmes dynamiques, Variétés invariantes. M. Chaperon applique la théorie des singularités à l'étude géométrique des systèmes dynamiques, selon un point de vue inspiré par les idées et méthodes de René Thom. Dans [31], il aborde un théorème de type Kupka-Smale pour les champs de vecteurs holomorphes et dans [29], il poursuit un travail sur les variétés invariantes des systèmes dynamiques qui utilise en particulier des techniques d'éclatements. Ce travail est utilisé dans [68] par son étudiante M. Kammerer-Colin de Verdière qui met en évidence l'apparition de sphères invariantes ou de produits de sphères invariants.

Mentionnons aussi le thème des singularités Lagrangiennes et Legendriennes, voir par exemple [30] et [95]. A noter l'aspect géométrie de contact présent dans le premier article, ce qui renvoie aux travaux de Popescu sur les structures de contact de la fibre de Milnor présentés dans la section "aspects topologiques".

Intégrales abéliennes et cycles limites. Singularités de champs de vecteurs. Dans [66], P. Mardešić, étudie avec Jebrane et Peletier, les cycles limites dont l'existence a été montrée par R. Roussarie et les modules d'intégrales abéliennes qui leur correspondent. L'utilisation de la monodromie dans ce travail le rapproche des aspects transcendants et du thème Gauss-Manin évoqué plus haut. A noter aussi l'article [53] du même auteur avec Gómez-Mont et Giraldo sur l'indice des singularités de champs de vecteurs tangents à des variétés singulières.

Valuations, courbes intégrales non oscillantes et structures o-minimales. L'équipe de Dijon étudie particulièrement le comportement des trajectoires non oscillantes de champs de vecteurs analytiques réels d'un point de vue o-minimal. Des problèmes ouverts concernant la génération de structures o-minimale et la modèle-complétude motivent fortement ces recherches.

R. Moussu, avec F. Cano et F. Sanz donne dans [25] un description complète des pinceaux de courbes intégrales d'un champ analytique en dimension 3, et dans [24] il donne avec J-Ph. Rolin la désingularisation d'un champ analytique réel en dimension 3, polarisé le long d'une trajectoire non oscillante.

A signaler aussi un résultat de quasi-analycité, travail plus orienté vers les équations différentielles par J.-Ph. Rolin avec F. Sanz et R. Schaefke.

Avec des méthodes assez différentes, on peut signaler aussi à cet endroit la démonstration en 2000 par K. Kurdyka et A. Parusiński, en collaboration avec T. Mostowski, de la conjecture du gradient de René Thom qui énonce que toute trajectoire de gradient d'une fonction analytique réelle admet une tangente en tout point limite, voir [71]. L'étude des trajectoires de gradient est toujours très active avec les travaux de D'Acunto, étudiant de Kurdyka, cf [38].

Ouverture vers d'autres domaines et applications. Les lignes qui précèdent n'épuisent pas l'ensemble des domaines où interviennent les singularités, et à fortiori l'ensemble des applications de la théorie des singularités. La semaine sur les applications des singularités du 7 au 11-02-2005 à Luminy a montré l'étendue du champs des applications possibles. Parmi les domaines concernés on peut penser aux systèmes dynamiques et aussi aux liens étroits avec la géométrie algébrique d'une part, et avec la géométrie algorithmique et le calcul formel d'autre part. De façon plus détaillée voici un échantillon non exhaustif des thèmes concernés :

- La théorie de Hodge qui fait partie aussi du Gdr de Géométrie algébrique.

- La géométrie algorithmique dans laquelle on peut citer par exemple le lecture notes de G. Comte et Y. Yomdin, voir [35], et aussi les applications à la CAO, avec notamment les équipes de B. Mourrain et A. Galligo d'une part et de M. Giusti.

- La dynamique holomorphe qui est une composante du Gdr d'analyse complexe (Dinh, Favre, Guedj, Sibony). Nous avons déjà mentionné plus haut les travaux de Favre en théorie des valuations. Cette convergence entre deux domaines ouvre la possibilité d'actions concertées.

Dans des domaines plus franchement appliqués, on peut citer aussi les travaux de Y. Kergosien en imagerie médicale, de Petitot et Chazal en Vision de Risler et Bellaiche en robotique, de Pelletier, Orro et Rifford en théorie du contrôle, et de A. Joets et Ribbotta en optique.

Projets d'activités

1) Conférences.

Le GDR organisera une rencontre annuelle d'une durée d'une semaine à une semaine et demi. Ces rencontres comprendront en premier lieu une partie de type conférences suivies ou mini-cours sur deux thèmes renouvelés chaque année, et des exposés où les jeunes chercheurs (doctorants, post doctorant, et enseignants chercheurs récemment recrutés) pourront exposer leurs travaux.

Les thèmes de ces derniers exposés ne se limiteront aux thèmes choisis pour les conférences.

Un partie de type colloque plus classique accompagnera cette rencontre en direction des jeunes chercheurs.

Pour 2006, une telle rencontre est d'ores et déjà envisagée au CIRM durant la première quinzaine d'Avril. Pour 2006, il est prévu des thèmes couvrant assez largement les aspects algébriques, qui ont été moins représentés aux rencontres de Luminy en Février 2005 : en particulier sont prévus des séries d'exposés sur "résultats récents sur les espaces d'arcs" (travaux de Ishii-Kollar, fonction de Artin Greenberg, problème des coins) d'une part et "introduction aux idéaux multiplicateurs" d'autre part. Ces sujets ont aussi l'avantage d'avoir des liens avec les aspects motiviques et avec certains aspects transcendants des singularités (V-filtrations, équations de Bernstein).

Pour l'année 2007, de façon moins précise, on peut dire que le thème central de la rencontre principale sera "topologie des singularités".

D'autres rencontres seront encouragées par le GDR, sur le plan scientifique et sur le plan de la diffusion de l'information, et pourront faire l'objet de subventions partielles, pour les (post-)doctorants : rencontre thématiques, rencontres liées aux applications, rencontres régionales.

2) Des aides financières à la mobilité des jeunes chercheurs. Il s'agira notamment de faciliter, par le soutien de courts séjours, le contact des doctorants avec des chercheurs d'autres laboratoires où sont développés des sujets proches des leurs, ou, surtout pour les post doctorants, ouvrant des perspectives de recherche.

3) Réseau Singularités pour la diffusion de l'information. Un site web sera mis en place, pour la diffusion d'informations, sur les organisations de colloque, les résultats scientifiques, et une liste de prépublications.

4) Edition de volumes thématiques : les rencontres organisées ou soutenues par le GDR pourront donner lieu à la publications de recueils d'articles sur un sujet assez délimité. Par exemple D. Barlet prépare actuellement pour la revue de l'institut Elie Cartan un volume intitulé 'Séminaire sur les singularités' et qui est composé d'articles issus de la rencontre sur les aspects métriques des singularités du 28 février au 4 Mars 2005 à Luminy, ou d'autres articles traitant de sujets proches.

Colloques récents en singularités et relations internationales

Il y a eu dans la période récente de nombreux colloques et rencontres en France qui témoignent de la vitalité de la recherche dans le domaine des singularités. Le projet de Gdr s'appuiera aussi sur un ensemble à la fois ancien et actif de coopérations internationales, en particuliers européennes.

Colloque récents. - 10 au 14 Mai 2004 : Arcs, calcul différentiel et application à l'étude des singularités. (B. Teissier, F. Loeser, M. Martin-Deschamps)

- 31 mai au 4 juin 2004 : Colloque "Ensembles et morphismes stratifiés", organisé par A. Parusiński et D. Trotman.

- 8 au 11 juin 2004 : Colloque "travaux de Thom et singularités", organisé par Fouad Elzein et François Laudenbach à l'Université de Nantes.

- 24 Janvier-25 février 2005 : Singularités. Organisé par J.P. Brasselet, D. Chéniot, N. Dutertre, C. Murolo et D. Trotman. Cinq semaines comprenant deux semaines de colloques généraux, une semaine "application des singularités", une semaine d'introduction aux théories des singularités et une semaine réservée aux jeunes chercheurs en singularités. Il s'agit d'une Session Résidentielle de la FRUMAM et d'une Ecole de la Formation Permanente du CNRS. Les résumés des conférences seront publiés comme numéro spécial des Publications du CIRM. Les Actes en seront publiés ultérieurement.

- 28 février au 4 Mars 2005 : rencontre sur les aspects métriques des singularités. Organisée par A. Dimca, Ph.Maisonobe et Claude Sabbah.

- 26 au 28 Mai 2005 : Géométrie et analyse sur les espaces singuliers, organisée par Vincent Thilliez et Mihai Tibar.

- 15 Août - 3 Septembre 2005 : Advanced school and workshop on singularities in geometry and topology. Cette école est organisé à l'ICTP de Trieste. Parmi les conférenciers principaux et organisateurs on trouve plusieurs membres de cette demande de GDR (Jean-Paul Brasselet, Monique Lejeune-Jalabert), ainsi que Lê Duñg Tráng qui est le directeur actuel de l'ICTP et membre de longue date de l'école française de singularités.

- 12-16 septembre 2005 : Géométrie et Singularités : Conférence en l'honneur de Bernard Teissier, à l'occasion de son soixantième anniversaire, organisée au CIRM par F. Loeser, M. Merle et M. Vaquié.

Collaborations, coopération internationale. - Programmes Picasso, systèmes différentiels et singularités, avec Séville, Maisonobe - Narvaez, puis Castro - Granger. Jusqu'en 2003.

- Une autre action intégré Picasso, avec Mark Spivakovsky et l'université de Séville Luis Narváez a commencé en 2005. Son intitulé est :

'Méthodes valuatives et différentielles en théorie des singularités'

- Action intégrée Picasso 07123PJ. Intitulé :

'Topologie et arithmétique des singularités.' Projet en cours de Pierrette Cassou-Noguès. Le Directeur espagnol est A. Campillo.

Pierrette Cassou-Noguès participe aussi, ainsi que S. Gusein Zade a un projet de recherche espagnol MTMO4-8080 du MEC, dont le Directeur a Madrid est I. Luengo.

- Coopération avec le Japon (Brasselet, Mutsuo Oka, Tatsuo Suwa.) Dans le cadre d'un PICS franco-japonais il y a eu trois colloques dont le dernier, intitulé 'Singularités en géométrie et topologie', a eu lieu du 13 au 17 septembre 2004 à Sapporo. Les colloques 1 et 3 sont publiés dans Advances in Mathematics (Société Mathématique du Japon), et le colloque 2 dans Séminaire et Congrès (SMF) Numéro 10.

- Programme bilatéral CNRS/JSPS "Equisingularité réelle et complexe" (resp. D. Trotman, S. Koike) en 1998, 1999, 2000, 2004, 2005. Participants français : Trotman, Bekka, Orro, Parusiński, Kurdyka. Participants japonais : Koike, Fukui, Izumi, Izumiya, Shiota, Nishimura.

- Coopération avec le Brésil, colloque franco-brésilien de São Carlos, Juillet 2004 organisé au CIRM par JP Brasselet et Maria Ruas. Actes soumis à publication.

- Le CIMPA organise une école sur le thème des singularités en Roumanie en Septembre 2005.

- Il y a de nombreuses autres échanges et collaborations non institutionnalisées en Europe. Citons par exemple : Mannheim (C. Sabbah et C.Hertling), Budapest (F. Elzein et A. Némethi), Warwick (M. Granger, D. Mond et T. Torrelli), Utrecht (D. Siersma et M. Tibăr) Belgique (Denef, Loeser, Veys et leurs étudiants).

Membres du GDR

Université d'Angers

Abdallah Assi (Mdc), Eric Delabaere(Prof.), Zofia Denkowska (Prof), Philippe Dubois (Prof.), Mohammed El Amrani (Mdc), Michel Granger (Prof.), Hélène Maynadier-Gervais (PRAG), Adam Parusiński (Prof.)

Post doctorants :

Céline Roucairol (Dir Granger), Rouchdi Bahloul (Dir Granger)

Doctorant :

Alexandre Sine (Dir : Parusiński)

Université de Bordeaux I

Pierrette Cassou-Noguès (Prof.), Alain Henaut (Prof.), Michel Hickel (Prof.), Faycal Maaref (Mdc), Julien Sebag (Mdc), Alain Yger (Prof.), Carine Reydy (Mdc à l'IUFM)

Doctorants

Olivier Ripoll (Dir : A. Hénaut)

Post Doctorant :

Thomas Brelivet (Dir : A. Dimca), Johannes Nicaise (en 2004-5 devient CR en septembre 2005, affectation à préciser).

Université de Savoie (Chambéry)
Krzysztof Kurdyka (Prof.), Patrice Orro (Prof.), Stéphane Simon (Mdc)
Doctorants :
Mouadh Akriche (Dir. F. Mangolte et K. Kurdyka), Din Si Tiep (Dir. P. Orro et K. Kurdyka), Serge Randiabololona (Dir. K. Kurdyka)
Post Doctorant :
Didier D'Acunto, Anna Stasica (Dir. K. Kurdyka)

Université de Dijon
Pavao Mardesic (Mdc), Robert Moussu (Prof.), Jean-Philippe Rolin (Mdc), Robert Roussarie (Prof.).
Doctorants
Michael Matusinski (Dir. J.-Ph. Rolin), François Michas (Dir. P. Mardesic), Marco Uribe (Dir. Dir. P. Mardesic).
Post doctorant Chanjlan Liu (U. de Pékin, un an en 2005-2006).

Université de Grenoble 1
Gerardo Gonzalez-Spinberg (Prof.), Hélène Maugendre (Mdc), Marcello Morales (Prof.), Mikhail Zaidenberg(Prof.).
Doctorants
Adrien Dubouloz (Dir : M. Zaidenberg), Leandro MERLO (Dir :G. Gonzalez-Spinberg, cotutelle), Ha Minh Lam (Marcel Morales)
Post doctorant : Feng PAN (Dir : G. Gonzalez-Spinberg)

Université de La Rochelle
Gilles Bailly-Maître (Mdc)

Université de Lille 1
Mihai Tibăr (Prof.), Vincent Thilliez (Prof.), Arnaud Bodin (Mdc).

Université de Marseille 1 LATP
Denis Chéniot (Mdc), Nicolas Dutertre (Mdc), Claudio Murolo (Mdc), David Trotman (Prof.), Lê Duñg Tráng (Prof. détaché).
Doctorant :
Eric Dago Akeke (Dir. Lê Duñg Tráng.)
Post Doctorants :
Benoit Audoubert (Dir Elzein, Lê Duñg Tráng), Roman Bondil (Dir : Lê Duñg Tráng.), Christophe Eyral (Dir. Denis Cheniot), Jean Pagnon (Dir Lê Duñg Tráng.), Guillaume Valette (Dir. David Trotman).

Université de Marseille 2
Institut de Mathématiques de Luminy
Jean-Paul Brasselet (DR - CNRS), Anne Pichon(Mdc)

Université de Nancy 1
Daniel Barlet (Prof), Ridha Belgrade (Mdc), Ahmed Jeddi(Mdc), Mohammed Kaddar (Mdc).

Université de Nice

Joel Briançon (Prof. émérite), Georges Comte(Mdc), Alexandru Dimca (Prof.), Antoine Douai (Mdc), André Galligo (Prof.), Vladimir Kostov (Mdc), Philippe Maisonobe (Prof.), Michel Merle (Prof.), Ingo Washkies (Mdc).

Doctorants :

Herve Fabro (Dir. M. Merle), Delphine Dupont (Dir. Ph. Maisonobe)

Post doctorants :

Raphaël Bondu, (Dir. Ph. Maisonobe), Gilles Guibert (Dir. Michel Merle), Tristan Torrelli (Dir : Joël Briançon)

Institut de Mathématiques de Jussieu. Université de Paris VI et VII

Marc Chaperon (Prof.), Charles Favre (CR CNRS), Patrick Popescu - Pampu (Mdc), Jean-Jacques Risler (Prof.), Bernard Teissier(DR - CNRS)

Doctorante :

Mathilde Kammerer-Colin de Verdière.

Post doctorants :

Ricardo Uribe-Vargas.

Ecole Normale Supérieure. Paris

Francois Loeser (Prof.),

Post doctorant : Raf Cluckers,

Ecole Polytechnique. Paris

Claude Sabbah (DR-CNRS), Jean-Pierre Henry (CR CNRS), Fabrice Orgogozo (CR CNRS).

Doctorant :

Etienne Mann (dir :Sabbah)

Université de Poitiers

Aviva Szpirglas (Prof.)

Université de Rennes 1

Karim Bekka (Mdc), Goulwen Fichou(Mdc)

Université de Toulouse 3

Mark Spivakovsky (DR CNRS), Françoise Michel (Prof.), Michel Vaquié (CR CNRS)

Doctorants :

Dimce Ivanovsky (Dir. Françoise Michel), Charef Beddani, Amel Maouche, Guillaume Rond (Dir. Mark Spivakovsky)

Post doctorant :

Clément Caubel (Dir. Françoise Michel).

Université de Versailles

Vincent Cossart (Prof.) , Monique Lejeune-Jalabert, (DR - CNRS), Guillermo Moreno-Socias (Mdc), Olivier Piltant, (CR - CNRS)

Doctorante :

Clémence Durvye (Dir : V. Cossart)

Références

1. S.S. Abhyankar and A Assi, *Jacobian of meromorphic curves*, Proc. Indian Acad. Sci. Math. Sci. **109** (1999), no. 2, 117–163.
2. ———, *Jacobian pairs*, Topics in algebraic and noncommutative geometry, Contemp. Math, 2003, pp. 9–49.

3. E. Artal-Bartolo, P. Cassou-Nogues, and Maugendre Hélène, *Quotients jacobiens d'applications polynomiales*, Annales de l'institut Fourier **53** (2003), no. 2, 399–428.
4. E. Artal-Bartolo, P. Cassou-Nogues, I. Luengo-Velasco, and A. Melle-Hernandez, *Monodromy conjecture for some suface singularities*, Ann. Scient. Ec. Norm.Sup **35** (2002), no. 4, 605–640.
5. ______, *Quasiordinary power series and their Zeta functions*, AMS Memoirs (2002), 74 p.
6. ______, *The Denef-Loeser Zêta function is not a topological invariant*, J. London Math. Soc **65** (2002), no. 2, 45–54.
7. B. Audoubert, F. Elzein, and T. Lê Duñg, *Invariants d'une désingularisation et singularités des morphismes.*, Compositio Math. (2004), 993–1010.
8. B. Audoubert, T. Nguyen Chan, and M. Oka, *Alexander polynomial of torus curves*, J. Math. Soc. of Japan (2005 à paraître), 74 p.
9. R. Bahloul, *Polynôme de Bernstein générique local*, prépublication, arXiv : `math.AG/0410046` soumise.
10. ______, *Démonstration constructive de l'existence de polynômes de Bernstein-Sato pour plusieurs fonctions analytiques.*, Compositio Math. **141** (2005), no. 1, 175–191.
11. D. Barlet, *Sur certaines singularités non isolées d'hypersurfaces I* , preprint, Institut Elie Cartan 82 p.
12. ______, *Interaction de strates consecutives III* , preprint, Institut Elie Cartan 82 p.
13. ______, *Non-trivial simple poles at negative integers and mass concentration at singularity*, Math. Annal. **323** (2002), 547–587.
14. ______, *Real canonical cycle and asymptotics of oscillating integrals.*, Nagoya Math. J. **171** (2003), 187–196.
15. D. Barlet and M. Saito, *Brieskorn modules and Gauss-Manin systems for non isolated hypersurface singularities*, preprint, arXiv : `math.CV/0411406`, 2004.
16. G. Barthel, J.-P. Brasselet, K.-H. Fieseler, and L. Kaup, *Poincaré Polynomials and Perverse Sheaves on Fans, A Combinatorial Framework* , Tohoku Journal of Math. **à paraître** (2005).
17. A. Bodin, *Invariance of Milnor numbers and topology of complex polynomials*, Commentarii Mathematici Helvetici. **78** (2003).
18. ______, *Computation of Milnor numbers and critical values at infinity*, Journal of symbolic computation **38** (2004).
19. R. Bondil and T. Lê Duñg, *Résolution des singularités de surfaces par éclatements normalisés (multiplicité, multiplicité polaire, et singularités minimales)*, Trends in singularities, Trends Math., Birkhauser, Basel, 2002, pp. 31–81.
20. J.-P. Brasselet and P. Aluffi, *Interpolation of characteristic classes of singular hypersurfaces*, Advances in mathematics **180** (2003), no. 2, 692–704.
21. J.-P. Brasselet, A. Legrand, and Teleman N., *Hochschild homology of singular algebras*, K-Theory **29** (2003), no. 1, 1–25.
22. J.-P. Brasselet, J. Schuermann, and S. Yokura, *Hirzebruch classes and motivic Chern classes for singular (complex) algebraic varieties*, preprint, arXiv : `math.AG/0405412` 32 p., 2004.
23. J.-P. Brasselet, José Seadé, and Tatsuo Suwa, *A geometric definition of Fulton classes I*, Actes du colloque Franco-Japonais (SMF, ed.), Séminaires et congrès, vol. 10, 2005.
24. F. Cano, R. Moussu, and J.-Ph Rolin, *Non oscillating integral curves and valuations*, J. Reine angew. Math. (à paraître) (2005).
25. F. Cano, R. Moussu, and F. Sanz, *Oscillation, spiralement, tourbillonnement*, Comment. Math. Helv. **75** (2000), no. 2, 284–318.
26. C. Caubel and Tibăr M., *The contact boundary of a complex polynomial*, Manuscripta Mathematica **111** (2003), no. 2, 211–219.
27. C. Caubel, A. Nemethi, and P. Popescu-Pampu, *Milnor open books and Milnor fillable 3-manifolds*, prépublication, arXiv : `arXiv:math.SG/0409160`.
28. C. Caubel and P. Popescu-Pampu, *On the contact boundaries of normal surface singularities*, C.R. Acad. Sci. Paris **339** (2004), no. 1, 43–48.

29. M. Chaperon, *Invariant manifolds revisited*, Proceedings of the Steklov institute **236** (2002), 415–433.

30. ———, *Singularities in contact geometry, Geometry and topology of caustics - Caustics'O2*, Banach Center Publications **62** (2004), 39–55.

31. ———, *Generic complex flows.*, Géométrie complexe II. (F. Norguet, F. Ofman, and J.J. Szczeciniarz, eds.), Travaux en cours, Hermann , Paris, 2004, pp. 71–79.

32. D. Chéniot and C. Eyral, *Homotopical variations and high-dimensional Zariski-van Kampen theorems*, Trans. Amer. Math. Soc. à paraître. (2005).

33. R. Cluckers and Loeser F., *Ax-Kochen-Ersov Theorems for p-adic integrals and motivic integration*, prépublication, arXiv : `math.AG/0410223`, 2004.

34. D. Cohen, A. Dimca, and P. Orlik, *Nonresonance conditions for arrangements*, preprint, arXiv : `math.AG/0210409`, 2005.

35. G. Comte and Y. Yomdin, *Tame geometry with application in smooth analysis*, Lecture Notes in Mathematics. Springer-Verlag. **1834** (2004), 186 pages.

36. O. Cossart, V. Piltant and Reguera A., *Divisorial valuations dominating rational surface singularities*, Valuation theory and its applications (S. Kuhlmann and M. Marshall, eds.), Fields Institute Communications, vol. 32, AMS, 2002, pp. 89–102.

37. S.D. Cutkosky and O. Piltant, *Ramifications of valuations*, Advances in Mathematics **183** (2004), no. 1, 1–59.

38. D. d'Acunto and K. Kurdyka, *Bounds for gradient trajectories and geodesic diameter of real algebraic sets*, to appear in Bulletin LMS (2005).

39. E. Delabaere and C. Howls, *Global asymptotics for multiple integrals with boundaries.*, Duke Math. J. **112** (2002), no. 2, 199–264.

40. F. Delgado and H. Maugendre, *Special fibres and critical locus for a pencil of plane curve singularities.*, Compositio Mathematica **136** (2003), 69–87.

41. A Dimca and S. Papadima, *Hypersurface complements, Milnor fibers and higher homotopy groups of arrangements*, Annals of Mathematics **158** (2003), 473–507.

42. ———, *Equivariant chain complexes, twisted homology and relative minimality of arrangements*, Annales Scientifiques de l'Ecole Normla Supérieure **37** (2004), 449–467.

43. A. Dimca and M. Saito, *A Generalization of Griffiths' theorem on rational integrals*, preprint, arXiv : `math.AG/0501253`, 2005.

44. A. Douai and C. Sabbah, *Gauss-Manin systems, Brieskorn lattices and Frobenius structures (I)*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) **53** (2003), no. 4, 1055–1116.

45. ———, *Gauss-Manin systems, Brieskorn lattices and Frobenius structures (II)*, Frobenius manifolds (Quantum cohomology and singularities) (C. Hertling and M. Marcolli, eds.), Aspects of Mathematics, vol. E 36, Vieweg, 2004, pp. 1–18.

46. Ph. Du Bois, *Sur la forme de Seifert entière des germes de courbe plane à deux branches.*, C. R. Acad. Sc. Paris. **Série I** (2003), no. 336, 757–762.

47. F. Elzein and A. Nemethi, *Topology of algebraic varieties*, Ann. Scuola Norm. Pisa Cl.Sci. **I** (2002), no. 5, 869–903.

48. C. Eyral, *Fundamental groups of singular quasi-projective varieties*, Topology (2004), no. 43, 749–764.

49. C. Favre and M. Jonsson, *The valuative tree*, Lectures notes in Mathematics (2004), no. 1853.

50. ———, *Valuations and multiplier ideals*, Journal of the AMS (2005).

51. ———, *Valuative analysis of planar plurisubharmonic functions*, Inventiones Math (2005).

52. G. Fichou, *Motivic invariants of Arc-Symmetric sets and Blow-Nash Equivalence*, Compositio Math. à paraître (2005).

53. L. Giraldo, X. Gómes-Mont, and P. Mardešić, *On the index of vector fields tangent to hypersurfaces with non-isolated singularities*, J. London Math. Soc. **65** (2002), no. 2, 418–438.

54. P González-Pérez, *The semigroup of a quasi-ordinary hypersurface*, J. Inst. Math. Jussieu 2 **2** (2002), no. 3, 383–399.

55. P. González-Pérez, *Toric embedded resolutions of quasi-ordinary hypersurface singularities*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) **53** (2003), no. 6, 1819–1881.

56. P. González-Pérez and B. Teissier, *Embedded resolutions of non necessarily normal affine toric varieties*, C. R. Math. Acad. Sci. Paris **334** (2002), no. 5, 379–382.

57. G. Gonzalez-Sprinberg and P. González-Pérez, *Analytical invariants of quasi-ordinary hypersurface singularities associated to divisorial valuations*, Kodai Math. J. **27** (2004), no. 2, 164–173.

58. G. González-Sprinberg and I. Pan, *On the Monomial Birational Maps of the Projective Space*, Ann.Braz.Acad.Sci. **75** (2003), no. 2, 129–135.

59. M. Granger, *The analytic standard fan of a $\mathcal{D}$-module*, Journal of Pure and Applied Algebra **164** (2001), 3–21.

60. M. Granger and M. Schulze, *On the formal structure of logarithmic vector fields*, preprint, arXiv : `math.AG/0412014`, 2004.

61. G. Guibert, F. Loeser, and M. Merle, *Iterated vanishing cycles, convolution, and a motivic analogue of a conjecture of Steenbrink* , prépublication, arXiv : `math.AG/031220340p`.

62. ______, *Nearby cycles and composition with a non-degenerate polynomial*, prépublication, arXiv : `math.AG/0502161`.

63. A. Hénaut, *Formes différentielles abéliennes, bornes de Castelnuovo et géométrie des tissus*, Comment. Math. Helv. **79** (2004), 25–57.

64. ______, *On planar web geometry through abelian relations and connections*, Ann. of Math. **159** (2004), 425–445.

65. M. Hickel, *Calcul de la fonction d'Artin-Greenberg d'une branche plane*, Pacific journal of Math. **213** (2004), 37–47.

66. A Jebrane, P. Mardešić, and Pelletier M., *A generalization of Françoise's algorithm for calculating higher Melnikov functions*, Bull. sci. Math. **126** (2002), no. 9, 705–732.

67. S. Jelonek and K. Kurdyka, *On asymptotic critical values of a complex polynomial*, Journal fur die Reine und Angewandte Mathematik (Crelle) **565** (2003), 1–11.

68. M. Kammerer-Colin de Verdière, *Stable products of spheres in the non-linear coupling of oscillators or quasi-periodic motions.*, C.R. Acad. Sc. Paris **339** (2004), 625–629.

69. H. King and D. Trotman, *Poincaré-Hopf theorems for stratified spaces*, prépublication, Université d'Aix-Marseille 1.

70. S. A. Koike and A. Parusiński, *Motivic-type Invariants of Blow-analytic Equivalence*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) **53** (2003), no. 7, 2061–2104.

71. K. Kurdyka, T. Mostowski, and A. Parusiński, *Proof of the Gradient Conjecture of R. Thom*, Annals of Math. **152** (2000), 763–792.

72. K. Kurdyka, P. Orro, and S. Simon, *Semialgebraic Sard theorem for generalized critical values*, Journal of Diff. Geom. **56** (2000), 67–92.

73. F. Loeser and J. Sebag, *Motivic integration on smooth rigid varieties and invariants of degenerations*, Duke Math.J. **119** (2003), no. 2, 315–344.

74. P. Maisonobe and T. Torrelli, *Vanishing cycles and relative $\mathcal{D}$-modules*, prépublication, Université de Nice, 2004.

75. C. McCrory and A. Parusiński, *Virtual Betti numbers of real algebraic varieties*, Comptes rendus de l'Académie de Sciences **336** (2003), 763–768.

76. M. Morales and A. Thoma, *Complete intersection lattice ideals.*, Journal of Algebra **284** (2005), no. 2, 755–770.

77. A. Parusiński and P. Pragacz, *Characteristic classes of hypersurfaces*, Journal of Algebraic Geometry **10** (2001), no. 4, 63–79.

78. A. Pichon, *Real analytic germs $f\bar{g}$ and open-book decomposition of the* 3*-sphere*, International Journal of Mathematics **16** (2005), no. 1, 1–12.

79. O. Piltant, *On the Jung method in positive characteristic*, Ann. Inst. Fourier(Grenoble) **53** (2003), no. 4, 1237–1258.

80. C. Plénat, *Résolution du problème des arcs de Nash pour les points doubles rationnels*, preprint, arXiv : `math.AG/0302188`, 2003.

81. C. Plénat and P. Popescu-Pampu, *A class of non-rational singularities for which the Nash map is bijective*, preprint, arXiv : `math.AG/0410145`, à paraître dans le bulletin de la S.M.F., 2004.

82. P. Popescu-Pampu, *The analytical invariance of the semigroup of quasi-ordinary hypersurface singularities*, Duke Math. J. **124** (2004), no. 1, 67–104.

83. G. Rond, *Séries de Poincaré motiviques des singularités d'hypersurfaces irréductibles quasi-ordinaires*, ArXiv (AG/0502216, version préliminaire, 2005.

84. C. Roucairol, *Irregularity of an analogue of the Gauss-Manin systems*, Prépublication 194 Université d'Angers, soumise pour publication, 2004.

85. C. Sabbah, *Fourier-Laplace transform of irreducible regular differential systems on the Riemann sphere*, prépublication, 16 pages, arXiv : `math.AG/0408294`, à paraître dans Russian Math. Surveys, 2004.

86. ———, *Polarizable twistor $\mathcal{D}$-modules*, prépublication, vi+226 pages, arXiv : `math.AG/0503038`, à paraître dans Astérisque, 2004.

87. J. Sebag, *Rationalité des séries de Poincaré et des fonctions zêta motiviques*, Manuscripta Math. **115** (2004), no. 2, 125–162.

88. ———, *Intégration motivique sur les schémas formels*, Bull. Soc.Math.France. **132** (2004), no. 1, 1–54.

89. D. Siersma and M. Tibăr, *Deformations of polynomials, boundary singularities and monodromy*, Moscow Math.J. **3** (2003), no. 2, 661–679.

90. ———, *On the vanishing cycles of a meromorphic function on the complement of its poles*, Contemp. Math. **354** (2004), 227–289.

91. B. Teissier, *Valuations, deformations, and toric geometry*, Valuation theory and its applications (S. Kuhlmann and M. Marshall, eds.), Fields Institute Communications, vol. 33, AMS, 2002, pp. 361–459.

92. M. Tibăr, *Vanishing cycles of pencils of hypersurfaces*, Topology **43** (2004), no. 3, 619–633.

93. T. Torrelli, *Bernstein polynomials of a smooth function restricted to an isolated hypersurface singularity*, Publ. RIMS, Kyoto Univ. **39** (2003), 797–822.

94. ———, *On meromorphic functions defined by a differential system of order* 1, Bull. Soc. math. France **132** (2004), 591–612.

95. R. Uribe-Vargas, *On polar duality, Lagrange and Legendre singularities and stereographic projection to quadrics*, Proc. London Math. Soc. **87** (2003), no. 3, 701–724.